5. DÚ Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY

Deadline 13. 11. 2018 15:40

`https://kam.mff.cuni.cz/~viki/vyuka/dm1819/`

Na příští hodině bude písemka!

Příklad 1. Mějme množinu $\{1, 2, \ldots, 100\}^2$ uspořádanou tak, že $(a, b) \preceq (c, d) \Leftrightarrow a \leq c \wedge b \leq d$. Najděte v tomto uspořádání nějaký z nejdelších řetězců a nějaký nejdelší antiřetězec. Zdůvodněte, proč v této množině žádné delší řetězce či antiřetězce nejsou.

(3 body)

Příklad 2. Erdöszova-Szekeresova věta říká, že v každé posloupnosti $(s-1) \cdot (k-1) + 1$ různých čísel je rostoucí podpodloupnost délky s nebo klesající podposloupnost délky k. Dokažte, že tento odhad je těsný, tedy popište, jak pro každé dvě přirozená čísla s a k větší než jedna seřadit čísla 1, 2,$\ldots$, $(s-1) \cdot (k-1)$ tak, že se ve výsledné posloupnosti nevyskytuje ani rostoucí podposloupnost délky s ani klesající délky k.

(3 body)

Příklad 3. Na množině přirozených čísel od 1 do 20 mějme následující uspořádání $\preccurlyeq$: Na číslech od 1 do 10 a na číslech od 11 do 20 se $\preccurlyeq$ chová jako $\leq$, libovolná dvojice čísel x, y taková, že jedno je větší než 10 a druhé nejvýše rovno 10 je ale neporovnatelná. Kolika způsoby lze toto částečné uspořádání rozšířit na lineární?

(3 body)