1 Vzorové příklady

1. Dokažte, že relace $R \subseteq X \times X$ je tranzitivní právě, když $R \circ R \subseteq R$.

2 Příklady pro Vás

1. Najděte relaci na $\{1, 2, 3, 4\}$, která

   a) je současně symetrická i antisymetrická,

   b) není ani symetrická, ani antisymetrická.

2. Popište třídy ekvivalencí následujících ekvivalencí[1] na nějaké množině X.

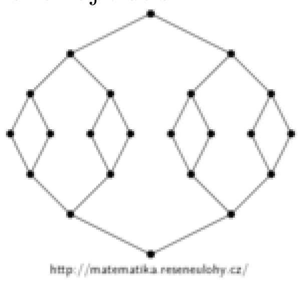
   a) $X = \mathbb{Z}$. $xRy \Leftrightarrow |x| = |y|$.

   b) $X = 2^{\{1,\dots,n\}}$ pro nějaké $n \in \mathbb{N}$. $xRy \Leftrightarrow$ mezi x a y existuje bijekce.

   c) $X = \mathbb{Z}$. $xRy \Leftrightarrow 7 \mid (x - y)$.

3. Najděte relace R, S na libovolné množině takové, že $R \circ S \neq S \circ R$.

4. U uspořádání daného následujícím Hasseho diagramem vyznačte nějaký nejdelší řetězec a antiřetězec. U řetězce i antiřetězce zdůvodněte, proč nelze najít delší.



5. Dokažte, že pro každé úspořádání $\leq$ na neprázdné konečné množině platí:

   a) má minimální prvek,

   b) pokud je lineární, tak má nejmenší prvek.

6. Nalezněte uspořádání s následujícími vlastnostmi:

   a) nemá minimální ani maximální prvek,

   b) nemá největší, ale má maximální prvek,

   c) nemá největší, ale má právě jeden maximální prvek,

   d) má nekonečně mnoho minimálních prvků a jeden maximální.

[1] Můžete mi věřit, že jsou to vskutku ekvivalence.