

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Ukažte, že elementární úpravy:

- záměna dvou rovnic a
 - přičtení t násobku j -té rovnice k i -té
- se dají provést pomocí elementárních úprav:
- vynásobení i -té rovnice nenulovým číslem t
 - přičtení j -té rovnice k i -té

Úloha 2: Doplňte naznačený řetězec elementárních úprav (tak, aby matice stále vycházela celočíselná):

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 & 2 \\ 7 & -1 & 2 & 2 \\ -8 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & . & . & . \\ 7 & . & . & . \\ -8 & . & . & . \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & . & . & . \\ 7 & . & . & . \\ 4 & . & . & . \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & . & . & . \\ 4 & . & . & . \\ 4 & . & . & . \end{pmatrix} \sim \\ \sim \begin{pmatrix} 3 & . & . & . \\ 4 & . & . & . \\ 0 & . & . & . \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & . & . & . \\ 1 & . & . & . \\ 0 & . & . & . \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & . & . & . \\ 1 & . & . & . \\ 0 & . & . & . \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & . & . & . \\ 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & . \end{pmatrix}$$

Úloha 3: Převeďte následující matici \mathbf{A} na odstupňovaný tvar

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \\ 7 & 6 & 10 & 7 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 13 & 18 \\ 6 & -9 & 7 & 10 \\ 2 & -3 & -3 & -4 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & 10 \\ 1 & 0 & 3 & -5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 7 & -7 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 5 & 5 & -4 \end{pmatrix}$

Úloha 4: S pomocí elementárních úprav rozhodněte, které z následujících homogenních soustav lineárních rovnic mají totožná řešení.

$$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0 \quad (\text{A})$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

$$3x_1 + x_3 + 2x_4 = 0$$

$$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \quad (\text{C})$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \quad (\text{B})$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0$$

$$9x_1 + 3x_3 + 6x_4 = 0$$

$$3x_1 + x_3 + 2x_4 = 0 \quad (\text{D})$$

$$3x_1 + 9x_2 + 12x_4 = 0$$

$$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0$$

$$2x_1 + 6x_2 + 8x_4 = 0 \quad (\text{E})$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0$$

$$4x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 6x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

$$4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 0 \quad (\text{F})$$

$$3x_1 + x_3 + 2x_4 = 0$$

$$3x_1 - x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 0$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0 \quad (\text{G})$$

$$-5x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 0$$

$$-9x_2 + x_3 - 10x_4 = 0$$

$$6x_1 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \quad (\text{H})$$

$$x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

Úloha 5: Vyřešte následující soustavu lineárních rovnic a proveďte zkoušku:

a)

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$$

$$5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 6$$

b)

$$-x_1 + x_2 + 3x_3 = -2$$

$$2x_1 - x_2 - 6x_3 + x_4 = 2$$

$$-x_1 + x_2 + 4x_3 = -2$$

$$x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0$$

c)

$$-x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$$

$$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$$

$$-x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5$$

d)

$$3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4$$

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -3$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4$$

e)

$$2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1$$

$$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1$$