

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Ukažte, že elementární úpravy:

- záměna dvou rovnic a
- přičtení t násobku j -té rovnice k i -té
- se dají provést pomocí elementárních úprav:
- vynásobením k -té rovnice nemulovým číslem t
- přičtením j -té rovnice k i -té

Úloha 2: Doplňte znaménkový řetězec elementárních úprav (tak, aby matice stále vycházela celočíslně):

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 & 2 \\ 7 & -1 & 2 & 2 \\ -8 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 7 & \cdot & \cdot & \cdot \\ -8 & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 4 & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

Úloha 3: Převedte následující matici \mathbf{A} na odstupňovaný tvar

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \\ 7 & 6 & 10 & 7 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 13 & 18 \\ 6 & -9 & 7 & 10 \\ 2 & -3 & -3 & -4 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & 10 \\ 1 & 0 & 3 & -5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 7 & -7 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 5 & 5 & -4 \end{pmatrix}$

Úloha 4: S pomocí elementárních úprav rozhodněte, které z následujících homogenních soustav lineárních rovnic mají totožná řešení.

$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0$ (A)	$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0$ (B)
$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$	$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0$
$3x_1 + x_3 + 2x_4 = 0$	$9x_1 + 3x_3 + 6x_4 = 0$
$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0$ (C)	$3x_1 + x_3 + 2x_4 = 0$ (D)
$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0$	$3x_1 + 9x_2 + 12x_4 = 0$
$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$	$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0$

$2x_1 + 6x_2 + 8x_4 = 0$ (E)	$4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 0$ (F)
$x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0$	$3x_1 + x_3 + 2x_4 = 0$
$4x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 6x_4 = 0$	$3x_1 - x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 0$
$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$	
$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 0$ (G)	$6x_1 + 2x_3 + 4x_4 = 0$ (H)
$-5x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 0$	$x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 0$
$-9x_2 + x_3 - 10x_4 = 0$	$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$

Úloha 5: Vyřešte následující soustavu lineárních rovnic a proveďte zkoušku:

a)

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$	$-x_1 + x_2 + 3x_3 = -2$
$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$	$2x_1 - x_2 - 6x_3 + x_4 = 2$
$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$	$-x_1 + x_2 + 4x_3 = -2$
$5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 6$	$x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0$

b)

$-x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$	$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 1$
$2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$	$x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$
$-x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5$	$-x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5$

c)

$3x_1 - x_2 - 2x_4 = -4$	$2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2$
$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -3$	$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2$
$2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6$	$x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1$
$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1$	$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1$
$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4$	

d)

$3x_1 - x_2 - 2x_4 = -4$	$2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2$
$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -3$	$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2$
$2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6$	$x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1$
$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1$	$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1$
$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4$	