

## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Určete matice následujících lineárních zobrazení v rovině ( $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ) vůči kanonické bázi  $K$ .

- osová souměrnost podle osy 1. a 3. kvadrantu.
- otočení o  $90^\circ$  kolem počátku proti směru hodinových ručiček.
- otočení o úhel  $\alpha$  kolem počátku proti směru hodinových ručiček (první osa je vodorovná, druhá svislá).
- projekce na první souřadnici  $p_1 : (x, y) \rightarrow (x, 0)$ .

*Úloha 2:* Nalezněte matici zobrazení  $f : \mathbb{Z}_5^3 \rightarrow \mathbb{Z}_5^3$  vůči kanonické bázi  $K$  (shodná báze v obou prostorech). O zobrazení  $f$  je známo, že převádí vektory  $u_1 = (2, 4, 1)^T$ ,  $u_2 = (2, 3, 4)^T$  a  $u_3 = (3, 0, 1)^T$  na vektory  $f(u_1) = (2, 1, 2)^T$ ,  $f(u_2) = (0, 4, 1)^T$  a  $f(u_3) = (4, 4, 1)^T$ .

*Úloha 3:* Ukažte, že platí  $[id]_{AB} = ([id]_{BK})^{-1}[id]_{AK}$ .

*Úloha 4:* Mějme v prostoru  $\mathbb{Z}_5^4$  dané báze  
 $A = ((1, 2, 0, 1)^T, (4, 1, 3, 1)^T, (3, 1, 3, 4)^T, (2, 0, 2, 2)^T)$ ,  
 $B = ((1, 2, 3, 1)^T, (4, 4, 1, 1)^T, (2, 0, 2, 1)^T, (3, 1, 4, 0)^T)$ .  
Nalezněte matice přechodu:

- $[id]_{AK}$ , tj. od báze  $A$  ke kanonické bázi.
- $[id]_{KB}$ , tj. od kanonické báze k bázi  $B$ .
- $[id]_{AB}$ , tj. od báze  $A$  k bázi  $B$ .

*Úloha 5:* Odvoďte součtové vzorce pro  $\sin(\alpha + \beta)$  a  $\cos(\alpha + \beta)$  užitím matic zobrazení.

*Úloha 6:* Nechť prostor polynomů nad  $\mathbb{R}$  stupně nejvýše 4 má bázi  $A = (x^4 + x^3, x^3 + x^2, x^2 + x, x + 1, x^4 + 1)$ . Určete matici  $[D_x]_{AK}$  pro zobrazení  $D_x$  jež funkci  $f(x)$  přiřadí její derivaci  $f'(x)$ .

(Za kanonickou bázi zde považujte  $K = (x^0, \dots, x^4)$ .)