Domácí úkol č. 10

Jméno: ....

Potřebný čas: (pokračování na druhé straně)

1. Označme $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ množinu všech podmnožin přirozených čísel a uvažujme ji jako vektorový prostor nad $\mathbb{Z}_2$, kde pro $A, B \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$ máme $0 \cdot A = \emptyset$, $1 \cdot A = A$, a $A + B$ je definováno jako symetrická diference množin A a B, tj. $A + B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Rozhodněte, zda následující podmnožiny $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ jsou podprostory. Zdůvodněte!

a) Všechny množiny obsahující 1.

b) Všechny množiny neobsahující 1.

c) Všechny konečné podmnožiny.

d) Všechny nekonečné podmnožiny.

e) Všechny podmnožiny, které jsou buď konečné nebo jejich doplněk je konečný.