

## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Nalezněte vzorec (analytické vyjádření) pro  $n$ -tý člen posloupnosti zadané pomocí rekurrence:

- a)  $a_0 = 1, a_{n+1} = a_n + 1$
- b)  $a_0 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3$
- c)  $a_0 = a_1 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n$
- d)  $a_0 = a_1 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n - 4$
- e)  $a_0 = 0, a_1 = 1, a_{n+2} = 4(a_{n+1} - a_n)$
- f)  $a_0 = 0, a_1 = 1, a_{n+2} = 4(a_{n+1} - a_n) + 1$
- g)  $a_0 = 2, a_1 = 3, a_{n+2} = 3a_n - 2a_{n+1}$
- h)  $a_0 = 0, a_1 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n + 2$
- i)  $a_0 = a_1 = 1, 5a_{n+2} = 4a_{n+1} - a_n$

*Úloha 2:*

a) V posloupnosti  $(a_0, a_1, a_2, \dots)$  je vždy každý další člen aritmetickým průměrem dvou předchozích členů (t.j.  $a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2}$  pro  $n \geq 0$ ).

V závislosti na prvních dvou členech  $a_0, a_1$  spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

b) V posloupnosti  $(a_0, a_1, a_2, \dots)$  je vždy každý další člen aritmetickým průměrem všech předchozích členů (t.j.  $a_n = \frac{a_0 + \dots + a_{n-1}}{n}$  pro  $n \geq 2$ ).

V závislosti na prvních dvou členech  $a_0, a_1$  spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

*Úloha 3:* Pro posloupnost zadanou rekurentním vztahem  $a_0 = 2, a_1 = 8, a_{n+2} = \sqrt{a_n a_{n+1}}$  určete  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

*Úloha 4:* Kolik existuje různých triangulací pravidelného  $n$ -úhelníku s označenými vrcholy?

*Úloha 5:*

- a) Kolika způsoby je možné vydláždít obdélník o rozměrech  $2 \times n$  pomocí dlaždic  $1 \times 2$ ?
- b) A kolik různých způsobů dláždění stejnými dlaždicemi má obdélník o rozměrech  $3 \times n$ ?