

## 8. cvičení z Kombinatoriky a grafů—19. 4. 2010

(část příkladů na cvičení ještě bude z předchozího papíru)

### Souvislost

V následujících příkladech bude  $k_v$  značit maximální vrcholovou souvislost a  $k_e$  maximální hranovou souvislost.

1. Dokažte, že pro graf  $G$  a hranu  $e \in E(G)$  platí  $k_e(G) - 1 \leq k_e(G - e) \leq k_e(G)$ .
2. Dokažte, že pro graf  $G$  a vrchol  $v \in V(G)$  platí  $k_v(G) - 1 \leq k_v(G - v)$ .
3. Dokažte, že pro graf  $G$  a hranu  $e \in E(G)$  platí  $k_v(G) - 1 \leq k_v(G - e)$ .
4. Pro libovolnou dvojici přirozených čísel  $k \geq 2, l \geq 2$  nalezněte graf, který je hranově  $k$ -souvislý, ale není vrcholově  $l$ -souvislý.
5. Nechť  $G$  je kubický (tj. 3-regulární) graf. Předpokládejme, že  $G$  je hranově 2-souvislý. Rozhodněte, zda  $G$  musí být vrcholově 2-souvislý.
6. Pro jaké největší  $k$  existuje rovinný vrcholově  $k$ -souvislý graf?
7. Každý 3-regulární bipartitní souvislý graf je nutně vrcholově 2-souvislý. Dokažte.