

### 3. cvičení z Kombinatoriky a grafů— 8. 3. 2010

#### Princip inkluze a exkluze

1. Na MFF v 1. ročníku studuje<sup>1</sup> 153 studentů matematiku, 112 studentů fyziku a 227 studentů informatiku. Přitom zároveň matematiku a fyziku studuje 7 studentů, zároveň matematiku a informatiku studuje 11 studentů a zároveň fyziku a informatiku studují 2 studenti. Jeden odvážlivec studuje všechny tři obory zároveň. Určete počet studentů MFF v 1. ročníku.
2. Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 500, která nejsou dělitelná 2, 3, 5 ani 7.
3. Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.
4. Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání několika písmen nevznikne ani jedno ze slov (a) BAR, DEN, RAZIE, (b\*) ARZEN, DRAK, DŮM a DŮRAZ.
5. Kolika způsoby lze umístit 8 kamenů na šachovnici  $4 \times 4$  tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo ve stejném sloupci.
6. Na plese je  $n$  manželských párů. Kolika způsoby je možné vytvořit  $n$  tanečních párů, jestliže žádná manželská dvojice netancuje spolu.
7. Určete počet permutací na  $n$ -prvkové množině s právě 2 pevnými body.
- 8\*. Pro přirozená  $n$  a  $k$  určete hodnotu výrazu

$$\binom{n}{0}(n+k)^n - \binom{n}{1}(n+k-1)^n + \binom{n}{2}(n+k-2)^n + \dots + (-1)^n \binom{n}{n}k^n.$$

9. Určete počet grafů na  $n$ -prvkové množině vrcholů bez izolovaných vrcholů.

---

<sup>1</sup>Čísla jsou zcela fiktivní.