

10. cvičení z Kombinatoriky a grafů—3. 5. 2010

Skóre grafu

1. Nalezněte všechny navzájem neizomorfní grafy se skórem $(6, 3, 3, 3, 3, 3)$. (Zdůvodněte, že jste na žádný nezapomněli.)
2. Nalezněte navzájem neizomorfní grafy G a H takové, že když ke každému vhodně přidáme vrchol stupně 3, tak dostaneme navzájem izomorfní grafy. (Tj., ke každému z grafů přidáme jeden nový vrchol a spojíme ho se třemi stávajícími vrcholy, které si můžeme vybrat.) Co umíte říci o skóre takových grafů G a H ?
3. Dokažte, že neexistuje graf s n vrcholy takový, že jeho skóre tvoří n navzájem různých celých čísel.
4. Pro která přirozená n existuje graf s n vrcholy takový, že v jeho skóre se vyskytuje $n - 1$ navzájem různých celých čísel?
5. Určete všechny dvojice přirozených čísel (k, n) takové, že existuje k -regulární graf na n vrcholech.

Grafy bez 4-cyklů

6. Necht' S_1, \dots, S_n jsou podmnožiny množiny $\{1, 2, \dots, n\}$. Předpokládejme, že platí $|S_i \cap S_j| \leq 1$ pro všechna i, j taková, že $1 \leq i < j \leq n$. Ukažte, že některá S_i má nejvýše $2(\sqrt{n} + 1)$ prvků.

Počet koster

7. Spočtete počet koster grafu $K_{m,n}$.
8. Necht' e je hrana grafu $K_{m,n}$. Spočtete počet koster grafu $K_{m,n} - e$.