

1. cvičení z Kombinatoriky a grafů— 22. 2. 2010

Příklady s kombinačními čísly

1. Spočtete

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n}.$$

2. Spočtete

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots + \binom{n}{2\lfloor n/2 \rfloor}.$$

3. Dokažte

$$4^n \geq \binom{2n}{n} \geq \frac{4^n}{2n+1}.$$

4. Dokažte

$$\sum_{k=0}^m \binom{n}{k} \binom{n}{m-k} = \binom{2n}{m}$$

pro m, n přirozená, $m \leq 2n$.

5. Určete hodnotu součtu

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k.$$

6. Určete hodnotu součtu

$$\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k \binom{n}{k} \binom{k}{j}.$$

7. Dokažte

$$\sum_{k=0}^n 4^k 9^{n-k} \binom{2n}{2k} = \frac{5^{2n} + 1}{2}.$$