

Úlohy ke cvičení

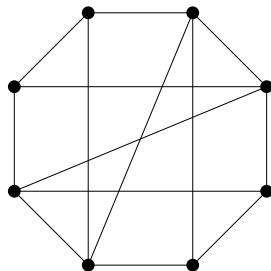
Úloha 1: Ukažte, že každá kostra obsahuje všechny mosty, t.j. hrany, jejichž odebráním se stane graf nesouvislý.

Úloha 2: Ukažte, že pro každou kostru K grafu G a hranu $e \in E_G \setminus E_K$ existují dvě hrany kostry e' a e'' takové, že jak $(K \setminus e') \cup e$ tak $(K \setminus e'') \cup e$ jsou opět kostry grafu G .

Úloha 3: Pro která n existuje graf s právě n různými kostrami?

Úloha 4: Zjistěte, které grafy mohou být centrem jiného grafu. Tedy, pro které grafy H existuje graf G , že když C je množina vrcholů, které patří do centra G , potom indukovaný podgraf G na množině C je izomorfní s H ?

Úloha 5: Rohodněte, jestli je graf na obrázku rovinný či nikoli.



Úloha 6: Bez použití Kuratowského věty dokažte, že graf K_5 není rovinný.

Úloha 7:

- Určete nejvyšší počet vnitřních stěn v rovinném grafu na n vrcholech.
- Stejná úloha s dodatečnou podmínkou, že vnější stěna grafu je ohraničena cyklem délky k .

Úloha 8: Dokažte, že každý souvislý eulerovský rovinný graf lze nakreslit do roviny jedním uzavřeným nekřížícím se tahem (tah se může jen "dotýkat" ve vrcholech).

Úloha 9: Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný, a najděte příklad co největšího rovinného grafu, jehož doplněk je rovinný.

Úloha 10: Existuje kubický (tj. 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- právě 12 šestiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- jednu dvacetiúhelníkovou stěnu a deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?