

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Kolik čísel zbyde z $1, \dots, n$ po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7?

Vyřešte nejprve obecně a pak určete přesný výsledek pro $n = 999$.

Úloha 2: Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.

Úloha 3: Řekneme, že číslo je *prvočíselně vypadající*, pokud je složené ale není dělitelné 2, 3 ani 5. Tři nejmenší prvočíselně vypadající čísla jsou 49, 77 a 91.

Víme, že prvočísel menších než 1000 je 168. Kolik je prvočíselně vypadajících čísel menších než 1000?

Úloha 4: Na plese je n párů. Kolik je rozdělení do dvojic takových, že žádný pár netančí spolu?

Úloha 5: Kolika způsoby lze postavit do řady 5 čechů, 4 slováky a 3 maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?

Úloha 6: Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vymechání některých písmen nezůstane ani jedno ze slov

a) BAR, DEN, RAZIE

b) ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ

Úloha 7: Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici 4×4 tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?

Úloha 8: Hostitel pořádá každý večer večeři pro své přátele. Na večeři jsou pozváni vždy tři hosté.

Kolika způsoby může během týdne hostitel pozvat svých 7 přátel, tak že se každý z těchto sedmi přátel alespoň jednou může dostavit?

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Kolik čísel zbyde z $1, \dots, n$ po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7?

Vyřešte nejprve obecně a pak určete přesný výsledek pro $n = 999$.

Úloha 2: Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.

Úloha 3: Řekneme, že číslo je *prvočíselně vypadající*, pokud je složené ale není dělitelné 2, 3 ani 5. Tři nejmenší prvočíselně vypadající čísla jsou 49, 77 a 91.

Víme, že prvočísel menších než 1000 je 168. Kolik je prvočíselně vypadajících čísel menších než 1000?

Úloha 4: Na plese je n párů. Kolik je rozdělení do dvojic takových, že žádný pár netančí spolu?

Úloha 5: Kolika způsoby lze postavit do řady 5 čechů, 4 slováky a 3 maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?

Úloha 6: Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vymechání některých písmen nezůstane ani jedno ze slov

a) BAR, DEN, RAZIE

b) ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ

Úloha 7: Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici 4×4 tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?

Úloha 8: Hostitel pořádá každý večer večeři pro své přátele. Na večeři jsou pozváni vždy tři hosté.

Kolika způsoby může během týdne hostitel pozvat svých 7 přátel, tak že se každý z těchto sedmi přátel alespoň jednou může dostavit?