

Jméno:

1	2	$\Sigma$

---

Zkouška z Diskrétní matematiky — písemná část (vzor)

---

- U početních příkladů je kromě konečného výsledku nutné uvést i správný postup řešení.
  - Číselné výsledky nemusíte upravovat. Například odpověď  $2^3 \binom{5}{2}$  je stejně dobrá jako odpověď 80.
- 

1. Nechť  $\pi$  je náhodná permutace množiny  $[n]$  (všechny permutace mají stejnou pravděpodobnost;  $[n] = \{1, \dots, n\}$ ). Spočítejte střední hodnotu počtu  $k \in [n]$  takových, že  $\pi(k) = k + 1$ . [6 bodů]
2. Mějme graf  $G = (V, E)$  a nechť  $A$  je matice sousednosti  $G$ . Nechť  $B = A^2$  je její druhá mocnina. Dokažte, že součet prvků na hlavní diagonále matice  $B$  je roven  $2|E|$ . Tedy ukažte, že

$$\sum_{i=1}^n b_{ii} = 2|E|, \quad \text{pokud} \quad B = (b_{ij})_{i,j=1}^n.$$

Můžete využívat tvrzení dokázaná na přednášce. (Pokud příklad neumíte vyřešit, definujte alespoň matici sousednosti.) [9 bodů]