
Domácí úkol 7

Všechna řešení pečlivě zdůvodněte!

- (a) Máme 5 bílých kuliček a každou z nich obarvíme tak, že ji náhodně strčíme do jedné z 20 plechovek s různými barvami. Každá plechovka má stejnou pravděpodobnost a barvy se mohou opakovat. Určete pravděpodobnost, že po obarvení existují dvě kuličky, které mají stejnou barvu. [6 bodů]
- (b) Lučištník střílí na terč, který trefí s pravděpodobností $p = \frac{3}{5}$. Určete pravděpodobnost, že z pěti střel alespoň třikrát terč trefí. [6 bodů]
- (c) Vytvořme náhodný graf G následujícím způsobem: Zvolíme tři množiny $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$ a $C = \{4, 5, 6\}$. Množina vrcholů G je sjednocení množin A , B a C . Hrany G vedou pouze mezi různými dvojicemi množin (tj. například z A do C , ale nikoliv z C do C). Každou takovou hranu do grafu G umístíme s pravděpodobností $\frac{1}{3}$ nezávisle na ostatních hranách. Určete střední hodnotu:
- (c1) počtu hran v G ; [4 body]
- (c2) počtu trojúhelníků v G ; [4 body]
- (c3) počtu indukovaných podgrafů H grafu G izomorfních cestě délky 2 (cestě se třemi vrcholy) [6 bodů]
- (c4) počtu všech podgrafů H grafu G izomorfních cestě délky 2 (cestě se třemi vrcholy). [6 bodů]