

---

## Domácí úkol 6

---

Všechna řešení pečlivě zdůvodněte!

- (a) *Obvodem* grafu (který obsahuje kružnici) rozumíme délku nejkratší kružnice v tomto grafu obsažené. Mějme rovinný graf  $G$  s rovinným nakreslením takovým, že každá stěna, včetně vnější, je ohraničena kružnicí (speciálně tedy  $G$  je souvislý, neobsahuje žádné vrcholy stupňů 0 nebo 1, a naopak obsahuje alespoň jednu kružnici).
- (a1) Dokažte, že pokud obvod  $G$  je alespoň 6, potom  $G$  obsahuje vrchol stupně 2. [8 bodů]
- (a2) Dokažte, že pokud obvod  $G$  je alespoň 11, potom  $G$  obsahuje dva sousední vrcholy stupně 2. (**Těžké!**) [6 bodů]
- (a3) Nalezněte graf s obvodem 10 (nebo s co největším obvodem), který neobsahuje dva sousední vrcholy stupně 2. [4 body]
- (b) Hodíme 7-krát spravedlivou mincí, na které padají hodnoty 0 nebo 1. Označme  $A$  jev odpovídající tomu, že na první hod padla 1 a  $B$  jev odpovídající tomu, že součet hodů je roven přesně 3.
- (b1) Určete podmíněnou pravděpodobnost  $P[B|A]$ . [4 body]
- (b2) Určete podmíněnou pravděpodobnost  $P[A|B]$ . [5 bodů]