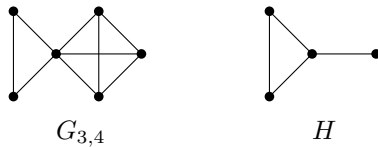

Domácí úkol 4

Všechna řešení pečlivě zdůvodněte!

- (a) Pro $m, n \geq 2$ označíme $G_{m,n}$ graf, který získáme tak, že uvážíme grafy K_m a K_n a slepíme je za vrchol. Na obrázku vlevo je graf $G_{3,4}$. V závislosti na m a n určete počet 4-prvkových podmnožin $W \subseteq V(G_{m,n})$ takových, že indukovaný graf na této podmnožině $G_{m,n}[W]$ je izomorfní grafu H na obrázku vpravo. [7 bodů]



- (b) Pro následující posloupnosti určete, zda jsou skórem nějakého grafu. Pokud ano, tak takový graf nakreslete. (Pokud budete využívat větu o skóre, tak alespoň v jednom kroku vysvětlíte, jak ji používáte—alespoň tak, jak to bylo na přednášce.)
- (b1) (2, 3, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7) [4 body]
- (b2) (1, 1, 3, 4, 4, 5, 7, 7, 7, 9) [4 body]
- (c) Nechtě $G = (V, E)$ je souvislý graf, který má přesně čtyři vrcholy lichého stupně a ostatní vrcholy sudého stupně. Ukažte, že v grafu G lze najít dva tahy $(v_0, e_1, v_1, \dots, e_s, v_s)$ a $(v'_0, e'_1, v'_1, \dots, e'_t, v'_t)$ takové, že množiny $\{e_1, e_2, \dots, e_s\}$ a $\{e'_1, e'_2, \dots, e'_t\}$ jsou disjunktní a jejich sjednocení je množina E . [10 bodů]