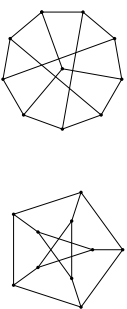
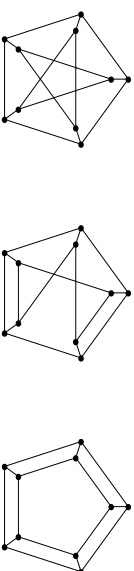


## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Nalezněte izomorfismus grafiŇ na obrázku:



*Úloha 2:* UkaŇte, Ňe ŇadnŇ dva z grafiŇ na obrázku nejsou izomorfní:



*Úloha 3:* Nalezněte vŇechly neizomorfní grafy na tŇyřech vrcholech.

U kaŇdŇho z nich urŇete, kolik by mŇl izomorfních protŇŇskŇ, pokud by množina vrcholiŇ byla pŇedepsána (např.  $\{u, v, w, x\}$ ).

*Úloha 4:* UvaŇte množinu vrcholiŇ  $\{1, 2, \dots, n\}$  a urŇete, kolik je na této množinŇ rŇzných (ale vzájemnŇ izomorfních):

- ŇplnŇch grafiŇ  $K_n$ ,
- cest  $P_n$ ,
- cykliŇ  $C_n$ ,
- ŇplnŇch bipartitních grafiŇ  $K_{k, n-k}$  v zŇvislosti na  $k$ ,
- dĚjstniknichi sjednoceni dvou ŇplnŇch grafiŇ  $K_k \cup K_{n-k}$  v zŇvislosti na  $k$ ,
- grafiŇ, v nichŇ kaŇdŇ vrchol mŇ stupeŇ 1.

*Úloha 5:* Existuje bipartitnĚ graf s aspoŇ 5 vrcholy, jehoŇ doplnŇek je také bipartitnĚ?

*Úloha 6:* DokaŇte, Ňe dva grafy jsou izomorfní pŇavŇ tehdy, kdyŇ jsou izomorfnĚ jejich doplnŇky.

*Úloha 7:* UkaŇte, Ňe izomorfismus dŇvŇ ekvivalenci na grafech s  $V_G = \{1, \dots, n\}$ .

ZjistŇte pro jakŇ grafy mŇ jeho tŇřida ekvivalence nejvĚce prvkiŇ a nalezněte pŇĚklad takovŇho grafiŇ pro vhodnŇ  $n$ .

*Úloha 8:*

Pro kaŇdŇ pŇirozenŇ  $n$  sestŇte graf  $G_n$ , kterŇ mŇ pŇesnŇ  $n$  automorfismŇ, neboli izomorfismŇ  $G_n \rightarrow G_n$ .

*Úloha 9:* NajdŇte vŇechly grafy, které jako podgraf neobsahují

- cestu dŇlky 2,

- cestu dŇlky 3,

*Úloha 10:* NajdŇte vŇechly grafy, které neobsahují indukovanou cestu dŇlky 2.

*Úloha 11:* UkaŇte, Ňe kdyŇ  $G$  obsahuje lidiŇ cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nŇjakŇ lidiŇ cyklus jako indukovaný podgraf.

*Úloha 12:* Graf  $G$ , kterŇ je izomorfnĚ svŇmu doplnŇku  $\overline{G}$  se nazývá samodoplŇkovŇ. NajdŇte vŇechly samodoplŇkovŇ kruŇnice (a dokaŇte, Ňe ŇadnŇ jinŇ neexistují).