Úlohy ke cvičení

Úloha 1:

a) Určete nejvyšší počet vnitřních stěn v rovinném grafu na n vrcholech.

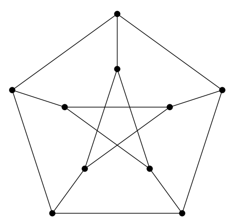
b) Stejná úloha s dodatečnou podmínkou, že vnější stěna grafu je ohraničena cyklem délky k.

Úloha 2: Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný, a najděte příklad co největšího rovinného grafu, jehož doplněk je rovinný.

Úloha 3: Bez použití Kuratowského věty dokažte, že graf K_5 není rovinný.

Úloha 4: Ukažte, že graf $K_{m,n}$ je rovinný právě když $\min\{m, n\} \le 2$.

Úloha 5: Dokažte dvěma způsoby, že Petersenův graf není rovinný.



Úloha 6: Dokažte, že každý souvislý eulerovský rovinný graf lze nakreslit do roviny jedním uzavřeným nekřížícím se tahem (tah se může jen "dotýkat" ve vrcholech).

Úloha 7: Existuje kubický (tj. 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

a) právě 12 šestiúhelníkových stěn (a žádné další)?

b) právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

c) jednu dvacetiúhelníkovou stěnu a deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

Úloha 8: Mějme souvislý k-regulární rovinný graf G, $k \ge 3$, s takovým rovinným nakreslením, že všechny stěny mají stupeň ℓ. Dále označme n počet vrcholů tohoto grafu.

a) Ukažte, že platí $n(2k + 2\ell - k\ell) = 4\ell$.

b) Odvoďte, že jediné možnosti pro (k, ℓ) jsou $(3, 3)$, $(3, 4)$, $(3, 5)$, $(4, 3)$ a $(5, 3)$. V každé z variant určete počet vrcholů a hran příslušného grafu.

c) Pro každou z možností v předchozím bodě nalezněte graf, který zadání splňuje.

Úlohy ke cvičení

Úloha 1:

a) Určete nejvyšší počet vnitřních stěn v rovinném grafu na n vrcholech.

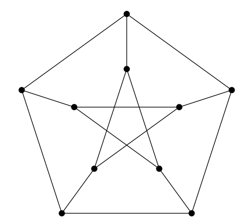
b) Stejná úloha s dodatečnou podmínkou, že vnější stěna grafu je ohraničena cyklem délky k.

Úloha 2: Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný, a najděte příklad co největšího rovinného grafu, jehož doplněk je rovinný.

Úloha 3: Bez použití Kuratowského věty dokažte, že graf K_5 není rovinný.

Úloha 4: Ukažte, že graf $K_{m,n}$ je rovinný právě když $\min\{m, n\} \le 2$.

Úloha 5: Dokažte dvěma způsoby, že Petersenův graf není rovinný.



Úloha 6: Dokažte, že každý souvislý eulerovský rovinný graf lze nakreslit do roviny jedním uzavřeným nekřížícím se tahem (tah se může jen "dotýkat" ve vrcholech).

Úloha 7: Existuje kubický (tj. 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

a) právě 12 šestiúhelníkových stěn (a žádné další)?

b) právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

c) jednu dvacetiúhelníkovou stěnu a deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

Úloha 8: Mějme souvislý k-regulární rovinný graf G, $k \ge 3$, s takovým rovinným nakreslením, že všechny stěny mají stupeň ℓ. Dále označme n počet vrcholů tohoto grafu.

a) Ukažte, že platí $n(2k + 2\ell - k\ell) = 4\ell$.

b) Odvoďte, že jediné možnosti pro (k, ℓ) jsou $(3, 3)$, $(3, 4)$, $(3, 5)$, $(4, 3)$ a $(5, 3)$. V každé z variant určete počet vrcholů a hran příslušného grafu.

c) Pro každou z možností v předchozím bodě nalezněte graf, který zadání splňuje.