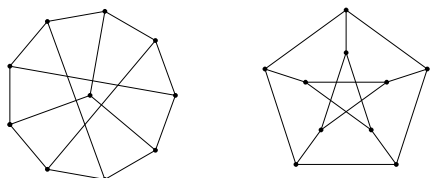
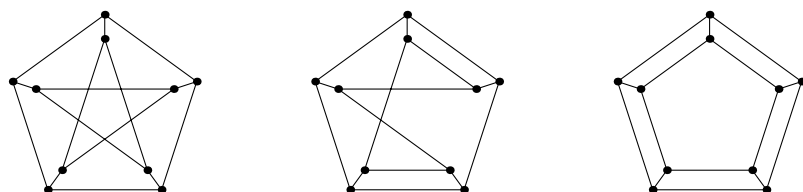


## Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku:



Úloha 2: Ukažte, že žádné dva z grafů na obrázku nejsou izomorfní:



Úloha 3: Nalezněte všechny neizomorfní grafy na čtyřech vrcholech.

U každého z nich určete, kolik by měl izomorfních protějšků, pokud by množina vrcholů byla předepsána (např.  $\{u, v, w, x\}$ ).

Úloha 4: Uvažte množinu vrcholů  $\{1, 2, \dots, n\}$  a určete, kolik je na této množině různých (ale vzájemně izomorfních):

- úplných grafů  $K_n$ ,
- cest  $P_n$ ,
- cyklů  $C_n$ ,
- úplných bipartitních grafů  $K_{k, n-k}$  v závislosti na  $k$ ,
- disjunktních sjednocení dvou úplných grafů  $K_k \cup K_{n-k}$  v závislosti na  $k$ ,
- grafů, v nichž každý vrchol má stupeň 1.

Úloha 5: Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

Úloha 6: Dokažte, že dva grafy jsou izomorfní právě tehdy, když jsou izomorfní jejich doplňky.

Úloha 7: Ukažte, že izomorfismus dává ekvivalenci na grafech s  $V_G = \{1, \dots, n\}$ .

Zjistěte pro jaké grafy má jeho třída ekvivalence nejvíce prvků a nalezněte příklad takového grafu pro vhodné  $n$ .

Úloha 8:

Pro každé přirozené  $n$  sestrojte graf  $G_n$ , který má přesně  $n$  automorfismů, neboli izomorfismů  $G_n \rightarrow G_n$ .

Úloha 9: Najděte všechny grafy, které jako podgraf neobsahují

- cestu délky 2,

b) cestu délky 3,

*Úloha 10:* Najděte všechny grafy, které neobsahují indukovanou cestu délky 2.

*Úloha 11:* Ukažte, že když  $G$  obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

*Úloha 12:* Graf  $G$ , který je izomorfní svému doplňku  $\overline{G}$  se nazývá samodoplňkový. Najděte všechny samodoplňkové kružnice (a dokažte, že žádné jiné neexistují).