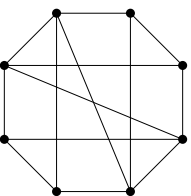


## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Rohodněte, jestli je graf na obrázku rovinný či nikoli.



*Úloha 2:* Ukažte, že graf  $K_{m,n}$  je rovinný právě když  $\min\{m, n\} \leq 2$ .

*Úloha 3:* Dokažte, že každý souvislý eulEROVSKÝ rovinný graf lze nakreslit do roviny jediným uzavřeným nekřížkám se tahem (tah se může jen "dotýkat" ve vrcholech).

*Úloha 4:* Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný; a najděte příklad co největšího rovinného grafu, jehož doplněk je rovinný.

*Úloha 5:* Existuje kubický (tj. 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- právě 12 šestúhelníkových stěn (a žádné další)?
- právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- jednu dvacetúhelníkovou stěnu a deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

*Úloha 6:* Charakterizujte

- takové souvislé rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku.
- takové souvislé rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku ani dvojitě násobných hran.

*Úloha 7:* Ukažte, že hrany každého rovinného grafu lze zorientovat tak, že každý vrchol má výstupní stupeň nejvýše 3.

*Úloha 8:* Dokažte, že každý rovinný graf lze vyjádřit jako sjednocení pěti hranově disjunkčních lesí. (Platí to i pro tři lesy, ale to už není tak snadné dokázat.)

*Úloha 9:* Dokažte větu o čtyřech barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.

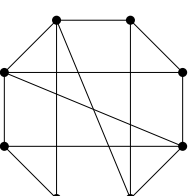
*Úloha 10:* Dokažte větu o třech barvách pro vnějšíkové rovinné grafy, t.j. pro grafy, jež mají rovinné nakreslení takové, že všechny vrcholy leží na vnější stěně.

*Úloha 11:* Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupeň, pak je barevnost jeho duálu rovna dvěma.

*Úloha 12:* Ukažte, že neexistuje eulEROVSKÝ rovinný graf, jehož stěny by tvořil jeden pěticyklus a samé trojúhelníky.

## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Rohodněte, jestli je graf na obrázku rovinný či nikoli.



*Úloha 2:* Ukažte, že graf  $K_{m,n}$  je rovinný právě když  $\min\{m, n\} \leq 2$ .

*Úloha 3:* Dokažte, že každý souvislý eulEROVSKÝ rovinný graf lze nakreslit do roviny jediným uzavřeným nekřížkám se tahem (tah se může jen "dotýkat" ve vrcholech).

*Úloha 4:* Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný; a najděte příklad co největšího rovinného grafu, jehož doplněk je rovinný.

*Úloha 5:* Existuje kubický (tj. 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- právě 12 šestúhelníkových stěn (a žádné další)?
- právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- jednu dvacetúhelníkovou stěnu a deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

*Úloha 6:* Charakterizujte

- takové souvislé rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku.
- takové souvislé rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku ani dvojitě násobných hran.

*Úloha 7:* Ukažte, že hrany každého rovinného grafu lze zorientovat tak, že každý vrchol má výstupní stupeň nejvýše 3.

*Úloha 8:* Dokažte, že každý rovinný graf lze vyjádřit jako sjednocení pěti hranově disjunkčních lesí. (Platí to i pro tři lesy, ale to už není tak snadné dokázat.)

*Úloha 9:* Dokažte větu o čtyřech barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.

*Úloha 10:* Dokažte větu o třech barvách pro vnějšíkové rovinné grafy, t.j. pro grafy, jež mají rovinné nakreslení takové, že všechny vrcholy leží na vnější stěně.

*Úloha 11:* Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupeň, pak je barevnost jeho duálu rovna dvěma.

*Úloha 12:* Ukažte, že neexistuje eulEROVSKÝ rovinný graf, jehož stěny by tvořil jeden pěticyklus a samé trojúhelníky.