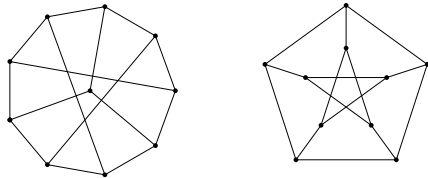
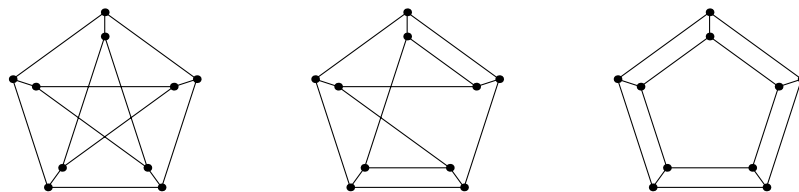


Příklady ke cvičení

Příklad 1: Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku:



Příklad 2: Ukažte, že žádné dva z grafů na obrázku nejsou izomorfní:



Příklad 3: Nalezněte všechny neizomorfní grafy na čtyřech vrcholech.

U každého z nich určete, kolik by měl izomorfních protějšků, pokud by množina vrcholů byla předepsána (např. $\{u, v, w, x\}$).

Příklad 4: Uvažte množinu vrcholů $\{1, 2, \dots, n\}$ a určete, kolik je na této množině různých (ale vzájemně izomorfních):

- úplných grafů K_n ,
- cest P_n ,
- cyklů C_n ,
- úplných bipartitních grafů $K_{k, n-k}$ v závislosti na k ,
- disjunktních sjednocení dvou úplných grafů $K_k \cup K_{n-k}$ v závislosti na k ,
- grafů, v nichž každý vrchol má stupeň 1.

Příklad 5: Dokažte, že dva grafy jsou izomorfní právě tehdy, když jsou izomorfní jejich doplňky.

Příklad 6: Ukažte, že izomorfismus dává ekvivalenci na grafech s $V_G = \{1, \dots, n\}$.

Zjistěte pro jaké grafy má jeho třída ekvivalence nejvíce prvků a nalezněte příklad takového grafu pro vhodné n .

Příklad 7: Najděte všechny grafy, které jako podgraf neobsahují

- cestu délky 2,
- cestu délky 3,
- cestu délky 4,
- žádnou sudou kružnici.

Příklad 8: Najděte všechny grafy, které neobsahují indukovanou cestu délky 2.

Příklad 9: Ukažte, že když G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

Příklad 10: Ověřte, jestli $(1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5)$ a $(1, 2, 3, 4, 5, 5, 6)$ jsou skóre grafu, a pokud ano, sestrojte nějaký takový.

Příklad 11: Najděte příklad dvou grafů (dvou stromů, stromu a grafu, co není strom) se stejným skóre.

Příklad 12: Má-li $2k$ -regulární graf sudý počet hran v každé komponentě, potom má dva hranově disjunktní k -faktory. Dokažte.

(Definice: k -regulární graf má všechny vrcholy stupně k ; faktor je podgraf se stejnou množinou vrcholů; k -faktor je k -regulární faktor).

Příklad 13: Ukažte, že pokud $2k$ -regulární graf má sudý počet hran, tak buď k nebo $|V_G|$ je sudé.

Příklad 14: Pro každá dvě přirozená čísla k, n taková, že $k < n$ a $2|kn$, najděte příklad k -regulárního grafu na n vrcholech.