

## Příklady ke cvičení

*Příklad 1:* Kuchař upustil omylem do polévky dva různé prsteny. Všechna polévka byla rozdělena mezi 25 hostů, z toho 8 žen. Jaká je pravděpodobnost, že

- oba prsteny dostane jedna osoba?
- žádný muž nedostane prsten?
- prsteny budou mít v polévce dva muži?
- prsteny budou mít v polévce jeden muž a jedna žena?
- Jak se pravděpodobnosti změní, jestliže prsteny budou stejné?

*Příklad 2:* V sáčku je 10 skleněnek a 20 hliněnek. Náhodně vybereme 7 kuliček. Jaká je pravděpodobnost, že budou vybrány právě tři skleněnky, pokud:

- Kuličky do sáčku nevracíme.
- Vybíráme kuličky po jedné a pokaždé ji do sáčku hned vrátíme.

*Příklad 3:* Jaká je pravděpodobnost, že z dvaceti lidí mají dva narozeniny ve stejný den?

*Příklad 4:* Krabice dřevěných dětských vláček obsahuje jednu lokomotivu a tři vagónky. Vagónky a lokomotiva se spojují pomocí magnetů. Lokomotiva má jeden magnet a každý vagónek dva — po jednom na obou koncích.

- S jakou pravděpodobností by se dal sestavit vláček s vagónky v alespoň jednom pořadí, pokud by v továrně orientaci magnetů přiřazovali náhodně?
- S jakou pravděpodobností by se dal sestavit vláček s vagónky v každém pořadí (resp. je možné vagónky otáčet), pokud by v továrně orientaci magnetů přiřazovali náhodně?
- Zobecněte předchozí dvě úlohy pro  $n$  vagónků.

*Příklad 5:* U hrací kostky s  $n$  stěnami očíslovanými  $1, \dots, n$ , kde každé číslo má stejnou pravděpodobnost hoďu  $\frac{1}{n}$ , uvažte jevy:

A — padlo sudé číslo

B — padlo číslo větší než  $\frac{n}{2}$ .

Rozhodněte, zdali jsou tyto jevy závislé či nezávislé a to

- pro  $n = 6$ , tedy pro klasickou krychli,
- pro  $n = 8$ , čili pro osmistěn
- pro obecné  $n$

*Příklad 6:* V zábavném pořadu *Let's Make a Deal* nabízel moderátor Monty Hall výhru pod následujícími pravidly: Výhra — automobil je schovaná za jedněmi ze tří dveří. Za zbylými dvěma je cena útěchy — koza. Hráč nejprve na některé dveře ukáže. Moderátor, který ví kde se skrývá výhra, otevře z ostatních dveří takové, že je za nimi výhra není. V této situaci má hráč otevřít jednu ze zbylých dvou dveří, aby dostal, co se za nimi skrývá.

Je pro hráče výhodné změnit názor a otevřít jiné dveře, než na které prve ukázal?

*Příklad 7:* Vašek třikrát hodil spravedlivou šestistěnnou kostkou. Padl mu součet hodů rovný 7.

- Je pravděpodobnější, že mu v prvním hoďu padla jednička nebo dvojka?

b) Jaká je pravděpodobnost, že mu v prvním hoďu padla dvojka?

*Příklad 8:* Mějme náhodnou permutaci  $n$  prvků. Určete střední hodnotu počtu pevných bodů takové permutace (tj. počet bodů takových, že  $\pi(x) = x$ , je-li  $\pi$  ona náhodná permutace).

*Příklad 9:* Mějme náhodnou posloupnost sta čísel, kdy každé číslo v posloupnosti je 0 nebo 1 a obě možnosti nastávají s pravděpodobností  $1/2$  nezávisle na ostatních členech posloupnosti. Určete střední hodnotu počtu po sobě jdoucích šestic jedniček. (Popř. zobecněte pro posloupnosti  $n$  čísel a po sobě jdoucí  $k$ -tice jedniček.)