

Příklady ke cvičení

Příklad 1: Kuchař upustil omylem do polévky dva různé prsteny. Všechna polévka byla rozdělena mezi 25 hostů, z toho 8 žen. Jaká je pravděpodobnost, že

- a) oba prsteny dostane jedna osoba?
- b) žadný muž nedostane prsten?
- c) prsteny budou mít v polévce dva muži?
- d) prsteny budou mít v polévce jeden muž a jedna žena?
- e) Jak se pravděpodobnosti změní, jestliže prsteny budou stejné?

Příklad 2: V sáčku je 10 sklenének a 20 hliněnek. Náhodně vybereme 7 kulíček. Jaká je pravděpodobnost, že budou vybrány právě tři skleněnky, pokud:

- a) Kulíčky do sáčku nevracíme.
- b) Vybíráme kulíčky po jedné a každé ji do sáčku hned vrátíme.

Příklad 3: Jaká je pravděpodobnost, že z dvacetí lidí mají dva narozeniny ve stejný den?

Příklad 4: Krabice dřevěných dětských vlaček obsahuje jednu lokomotivu a tři vagonky. Vagonky a lokomotiva se spojují pomocí magnetů. Lokomotiva má jeden magnet a každý vagoněk dva — po jednom na obou koncích.

- a) S jakou pravděpodobností by se dal sestavit vlačěk s vagonky v alespoň jednom pořadí, pokud by v tovarné orientaci magnetů přiřazovali náhodně?
- b) S jakou pravděpodobností by se dal sestavit vlačěk s vagonky v každém pořadí (resp. je možné vagonky otáčet), pokud by v tovarné orientaci magnetů přiřazovali náhodně?
- c) Zobecněte předchozí dvě úlohy pro n vagonků.

Příklad 5: U hráci kostky s n stěnami očíslovanými $1, \dots, n$, kde každé číslo má stejnou pravděpodobnost hodit $\frac{1}{n}$, uvažte jevy:

- A — padlo sudé číslo
- B — padlo číslo větší než $\frac{n}{2}$.

Rozhodněte, zdali jsou tyto jevy závislé či nezávislé a to

- a) pro $n = 6$, tedy pro klasickou krychli,
- b) pro $n = 8$, čili pro osmistěn
- c) pro obecné n

Příklad 6: V zábavném pořadu *Let's Make a Deal* naházeli moderátor Monty Hall výhru pod následujícími pravidly: Výhra — automobil je schovaná za jedním ze tří dveří. Za zbylými dvěmi je cena útláčky — koza. Hráč nejprve na některé dveře ukáže. Moderátor, který ví kde se skrývá výhra, otevře z ostatních dveří takové, že je za nimi výhra není. V této situaci má hráč otevřít jedny ze zbylých dvou dveří, aby dostal, co se za nimi skrývá.

Je pro hráče výhodné změnit názor a otevřít jiné dveře, než na které prve ukázal?

Příklad 7: Vašek třikrát hodil spravedlivou šestistěnnou kostkou. Padl mu součet hodů rovný 7.

- a) Je pravděpodobnější, že mu v prvním hodu padla jednička nebo dvojka?

- b) Jaká je pravděpodobnost, že mu v prvním hodu padla dvojka?

Příklad 8: Mějme náhodnou permutaci n prvků. Určete střední hodnotu počtu pevných bodů takové permutace (tj. počet bodů takových, že $\pi(x) = x$, je-li π ona náhodná permutace).

Příklad 9: Mějme náhodnou posloupnost sta čísel, kdy každé číslo v posloupnosti je 0 nebo 1 a obě možnosti nastávají s pravděpodobností $1/2$ nezávisle na ostatních členech posloupnosti. Určete střední hodnotu počtu po sobě jdoucích šestic jedniček. (Popř. zobecněte pro posloupnosti n čísel a po sobě jdoucí k -tice jedniček.)