

## Príklady ke cvičení

*Príklad 1:* Určete počet

- a) uspořádaných dvojic  $(A, B)$ , kde  $A \subseteq B \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ .  
b) uspořádaných čtveřic  $(A, B, C, D)$ , kde  $A \subseteq B \subseteq D \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$  a také  $A \subseteq C \subseteq D$ .

*Príklad 2:* Dokážete výpočtem i kombinatorickou úvahou:

- a)  $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$   
b)  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$   
c)  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$   
d)  $\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$   
e)  $\binom{n}{m} \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{m-r}$   
f)  $\sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r}$

*Príklad 3:* Sečtěte:

- a)  $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$   
b)  $\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$   
c)  $\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{4n}{2k}$   
d)  $\sum_{k=0}^{2n-1} (-1)^k \binom{4n}{2k+1}$

*Príklad 4:* Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nezůstane ani jedno ze slov

- a) BAR, DEN, RAZIE  
b) ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ

*Príklad 5:* Kolká zprůsoly lze umístit 8 kamenů na šachovnici tak  $4 \times 4$  tak, aby se na šachovnici vyskytovaly 4 kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci.

*Príklad 6:* Určete počet přirozených čísel mezi 1 a 840, která nejsou dělitelná 6, 10 ani 14.

*Príklad 7:* Řekneme, že číslo je *prvočíselně vypadající*, pokud je složené ale není dělitelné 2, 3 ani 5. Tři nejmenší prvočíselně vypadající čísla jsou 49, 77 a 91.

Víme, že počet prvočísel menších než 1000 je 168. Kolik je přirozeně vypadajících čísel menších než 1000?

*Príklad 8:* Kolik čísel zbývá z  $1, \dots, 1000$  po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7?

*Príklad 9:* Kolká zprůsoly lze postavit do řady 5 Čechů, 4 Slováky a 3 Maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?

*Príklad 10:* Na plese je  $n$  párů. Kolik je rozdělení do dvojic takových, že žádný pár netančí spolu?