

## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Kuchař upustil omylem do polévky dva různé prsteny. Všechna polévka byla rozdělena mezi 25 hostů, z toho 8 žen. Jaká je pravděpodobnost, že

- a) oba prsteny dostane jedna osoba?
- b) žádný muž nedostane prsten?
- c) prsteny budou mít v polévce dva muži?
- d) prsteny budou mít v polévce jeden muž a jedna žena?
- e) Jak se pravděpodobnosti změní, jestliže prsteny budou stejné?

*Úloha 2:* V sáčku je 10 skleněnek a 20 hliněnek. Náhodně vybereme 7 kuliček. Jaká je pravděpodobnost, že budou vybrány právě tři skleněny, pokud:

- a) Kuličky do sáčku nevracíme.
- b) Vybíráme kuličky po jedné a pokaždé ji do sáčku hned vrátíme.

*Úloha 3:* Jaká je pravděpodobnost, že z dvaceti lidí mají dva narozeniny ve stejný den?

*Úloha 4:* Určete pravděpodobnost, že při hodu šesti hracími kostkami padnou na alespoň třech kostkách alespoň tři oka.

*Úloha 5:* Rozhodněte, které z následujících tvrzení je pravdivé:

- a) *Pravděpodobnost, že při hodu dvaceti kostkami padnou na alespoň desíti kostkách alespoň čtyři oka, je jedna polovina.*
- b) *Pravděpodobnost, že při hodu devatenácti kostkami padnou na alespoň desíti kostkách alespoň čtyři oka, je jedna polovina.*

Své rozhodnutí zdůvodněte. Lze určit výsledek bez výpočtu pravděpodobností?

*Úloha 6:* Vašek třikrát hodil spravedlivou šestistěnnou kostkou. Padl mu součet hodů rovný 7.

- a) Je pravděpodobnější, že mu v prvním hodu padla jednička nebo dvojka?
- b) Jaká je pravděpodobnost, že mu v prvním hodu padla dvojka?

*Úloha 7:* V zábavném pořadu *Let's Make a Deal* nabízel moderátor Monty Hall výhru pod následujícími pravidly: Výhra — automobil je schovaná za jedněmi ze tří dveří. Za zbylými dvěmi je cena útěchy — koza. Hráč nejprve na některé dveře ukáže. Moderátor, který ví kde se skrývá výhra, otevře z ostatních dveří takové, že je za nimi výhra není. V této situaci má hráč otevřít jednu ze zbylých dvou dveří, aby dostal, co se za nimi skrývá.

Je pro hráče výhodné změnit názor a otevřít jiné dveře, než na které prve ukázal?

*Úloha 8:* Nechť  $\pi$  je náhodná permutace množiny čísel  $1, 2, \dots, 100$ . Nechť  $A_i$  je jev vyjadřující, že  $\pi(i) = i$ . Jsou jevy  $A_1$  a  $A_2$  nezávislé?

*Úloha 9:* Mějme náhodnou posloupnost sta čísel, kdy každé číslo v posloupnosti je 0 nebo 1 a obě možnosti nastávají s pravděpodobností  $1/2$  nezávisle na ostatních členech posloupnosti. Určete

střední hodnotu počtu po sobě jdoucích šestic jedniček. (Popř. zobecněte pro posloupnosti  $n$  čísel a po sobě jdoucí  $k$ -tice jedniček.)

*Úloha 10:* Mějme náhodnou permutaci  $n$  prvků. Určete střední hodnotu počtu pevných bodů takové permutace (tj. počet prvků  $i$  takových, že  $\pi(i) = i$ , je-li  $\pi$  ona náhodná permutace).