Příklady ke cvičení

Příklad 1: Určete počet různých částečných uspořádání na čtyřech prvcích.

Příklad 2: Nalezněte nejdelší řetězce a antiřetězce na uspořádáních:
$(\{1, \ldots, n\}, |)$ a $(\mathcal{P}(\{1, \ldots, n\}), \subseteq)$.

Příklad 3: Ukažte jak lze každé částečné uspořádání na konečné množině rozšířit na lineární uspořádání.

Příklad 4: Které z následujících relací na množině $\mathbb{N}^2$ (dvojice přirozených čísel) jsou uspořádáními? Která z těchto uspořádání jsou lineární?

a) $\leq_S$: $(a, b) \leq_S (x, y) \Leftrightarrow a \leq x \wedge b \leq y$

b) $\leq_U$: $(a, b) \leq_U (x, y) \Leftrightarrow a \leq x \vee b \leq y$

c) $\leq_L$: $(a, b) \leq_L (x, y) \Leftrightarrow a < x \vee (a = x \wedge b \leq y)$

d) $\leq_M$: $(a, b) \leq_M (x, y) \Leftrightarrow \max(a, b) < \max(x, y) \vee [\max(a, b) = \max(x, y) \wedge (a, b) \leq_L (x, y)]$

e) $\leq_Z$: $(a, b) \leq_Z (x, y) \Leftrightarrow a \leq x \wedge b \geq y$

Příklad 5: Ukažte, že pro každou konečnou množinu platí, že všechna její lineární uspořádání jsou navzájem isomorfní.

Příklad 6: Ukažte, že pro každou podmnožinu A množiny všech přirozených čísel platí, že všechna lineární uspořádání množiny A jsou navzájem isomorfní, právě když A je konečná.