

## Příklady ke cvičení

*Příklad 1:* Kolik existuje permutací množiny  $\{1, \dots, n\}$  s právě jedním cyklem?

*Příklad 2:* Rozmísťujeme  $k$  kuliček do  $n$  přihrádek. Doplňte následující tabulku:

Kuličky jsou	V každé přihrádce je		
	nejvýše jedna	libovolně mnoho	alespoň jedna
Různobarevné			
Stejnobarevné			

*Příklad 3:* Dokažte výpočtem i kombinatorickou úvahou:

a)

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

b)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

c)

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

d)

$$\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$

e)

$$\binom{n}{m} \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{m-r}$$

f)

$$\sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r}$$

*Příklad 4:* Sečtěte:

a)

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$$

b)

$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$$

c)

$$\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{4n}{2k}$$

d)

$$\sum_{k=0}^{2n-1} (-1)^k \binom{4n}{2k+1}$$

*Příklad 5:* Kolik čísel zbyde z  $1, \dots, 1000$  po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7?

*Příklad 6:* Kolika způsoby lze postavit do řady 5 česků, 4 slováky a 3 maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?