

## Příklady ke cvičení

*Příklad 1:* Určete počet různých (neizomorfních) ekvivalencí na pěti prvcích.

*Příklad 2:* Rozhodněte, zda jsou ekvivalence následující relace a pokud ano, určete třídy ekvivalence:

a)  $X_1 = \mathbb{N}, xR_1y \Leftrightarrow p|(x - y)$  (zbytkové třídy modulo  $p \in \mathbb{N}, p \geq 2$ )

b)  $X_2 = \mathbb{Z} \setminus \{0\}, xR_2y \Leftrightarrow x|y \wedge y|x$

c)  $X_3 = \mathbb{N}, xR_3y \Leftrightarrow \exists z \in \mathbb{N} : z|y \wedge z|x$ .

Co se stane, budeme-li požadovat  $z > 1$ ?

*Příklad 3:* Ukažte, že pro každou konečnou množinu platí, že všechna její lineární uspořádání jsou navzájem isomorfní.

*Příklad 4:* Ukažte, že pro každou podmnožinu  $A$  množiny všech přirozených čísel platí, že všechna lineární uspořádání množiny  $A$  jsou navzájem isomorfní, právě když  $A$  je konečná.

*Příklad 5:* Dokažte následující odhad faktoriálu:

$$n^{n/2} \leq n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$$

*Příklad 6:* Jakou nejvyšší mocninou 5 je dělitelné  $50!$ ? Určete obecný vzorec pro prvočíslo  $p$  a faktoriál čísla  $n$ .

*Příklad 7:* Ukažte, že  $(k!)^n$  dělí  $(kn)!$ .

*Příklad 8:* Kolika způsoby lze dojít na Manhattanu z rohu 5. avenue a 15. street na roh 10. avenue a 23. street, pokud se půjde pouze severním nebo západním směrem?

*Příklad 9:* Kolik slov lze sestavit z písmen slova MISSISSIPPI?