

Příklady ke cvičení

Příklad 1: Spočtete následující integrály

- $\int_{1/e}^e |\ln x| dx$
- $\int_0^1 \cos^3 x \sin x dx$
- $\int_0^\pi x \sin x dx$
- $\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$.

Příklad 2: Spočtete obsah

- plochy pod parabolou $y = x^2$ na intervalu $[0, t]$.
- kruhu s poloměrem r .
- elipsy s délkou hlavní poloosy a a vedlejší poloosy b .
- plochy pod sinusovkou na $[0, \pi]$.
- plochy pod funkcí $\sin^2 x$ na $[0, \pi]$. (Popř. zkuste vymyslet způsob, při kterém se co nejméně napočítáte.)
- plochy mezi křivkami $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x^2}$ a $x = 2$.
- plochy mezi funkcemi $\sin x$ a $\cos x$ na $[0, 2\pi]$.

Příklad 3: Určete

- obvod kružnice s poloměrem r .
- délku křivky $y = x^{3/2}$ pro $x \in [0, a]$.
- délku křivky $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2} \ln x$ pro $x \in [1, e]$.

Příklad 4: Určete objem

- válce s výškou v a poloměrem podstavy r .
- kužele s výškou v a poloměrem podstavy r .
- koule s poloměrem r .
- anuloidu s poloměry R a r , $R > r$.
- nekonečného „trychtýře“ vzniklého rotací $f(x) = \frac{1}{x}$ pro $x \in [1, \infty]$ kolem osy x .
- rotačního tělesa vzniklého rotací funkce $y = \sqrt[3]{x}$ pro $y \in [1, 2]$ kolem osy y .

Příklad 5: Určete povrch

- válce s výškou v a poloměrem podstavy r .
- kužele s výškou v a poloměrem podstavy v .
- koule s poloměrem r .
- paraboloidu vzniklého rotací křivky $y = c\sqrt{x}$ pro $x \in [0, b]$.
- anuloidu s poloměry r a R , $R > r$.

Příklad 6: Odhadněte (pomocí integrálu) $n!$. (Logaritmus může být užitečný.)