

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Spočítejte následující limity, popř. zdůvodněte, že neexistují.

- a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin xy}{x}$.
- b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$.
- c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$.
- d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+xy)}{|x|+|y|}$.

Úloha 2: Pro která kladná reálná čísla $a > 0$ a $b > 0$ existuje limita

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|x|^a |y|^b}{x^2 + y^2}$$

a čemu se tato limita rovná?

Úloha 3: Ve kterých bodech jsou následující funkce definovány? Ve kterých jsou spojité? Jsou omezené?

- a) $\frac{2xy}{x^2+y^2}$
- b) $\cos \frac{1}{xy}$
- c) $\frac{1}{1-x^2-y^2}$
- d) $\ln \sqrt{x^2 + y^2}$
- e) $\frac{1}{(x-y)^2}$
- f) $\frac{\sin xy}{|x|+|y|}$

Úloha 4: Spočítejte parciální derivace (podle všech proměnných) následujících funkcí:

- a) $x^2 + 4xy^3 + y^5$
- b) x^y
- c) $(1+x)^k(1+y)^\ell(1+z)^m$, kde k, ℓ, m jsou parametry.
- d) $\ln(1+x)\ln(1+y)$
- e) $(1+x)^{(1+y)}$