Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Pro zadanou funkci f určete globální extrémy funkce f na zadané množině M. Nezapomeňte zdůvodnit, že se opravdu jedná o globální extrémy.

a) $f(x,y) = 2x + y$ a $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 = 1\}$.

b) $f(x,y,z) = x + y + z$ a $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \colon x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

c) $f(x,y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y$ a $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 = 20\}$

d) $f(x,y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y$ a $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 \le 20\}$

e) $f(x,y) = x^2 - 4xy + y^2 + 4y$ a $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$

f) $f(x,y) = x^2 + y^2 + z^2$ a $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \colon \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0\}$, kde $a, b, c > 0$ jsou parametry.

Úloha 2: Dokažte, že pro libovolná $x_1, \ldots x_n \ge 0$ platí

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} \le \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}.$$