

Příklady ke cvičení

Příklad 1: Spočtete limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$$

a s její pomocí spočtete

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)^n.$$

Nápověda:

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) = 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} > 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}.$$

Příklad 2: Vyšetřete konvergenci řady (nezapomeňte na absolutní konvergenci):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{\ln n} + 1}.$$

Příklad 3: Vyšetřete konvergenci řady:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n}{2^{n(n+1)(2n+1)}}.$$

Příklad 4: Bez použití L'Hospitalova pravidla spočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\sin(\ln x)} - 1}{\sin^2(\ln x)}.$$

Nezapomeňte na podmínky při využívání věty o limitě složené funkce.

Příklad 5: Vyšetřete průběh následujících funkcí včetně určování asymptot, limit v krajních bodech definičního oboru a konvexity funkce. Načrtněte jejich grafy.

a) $f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$