

Úlohy k cvičení 11
Délka křivky, rotační tělesa.

Délka grafu funkce f na intervalu (a, b) :

$$\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Délka křivky zadané parametricky $(\psi(t), \varphi(t))$ pro $t \in (a, b)$:

$$\int_a^b \sqrt{(\psi'(t))^2 + (\varphi'(t))^2} dt$$

Povrch rotačního tělesa vzniklého rotací funkce f na intervalu (a, b) :

$$\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Objem téhož rotačního tělesa:

$$\int_a^b \pi f^2(x) dx$$

1. Určete:

- (a) Obvod kružnice s poloměrem r .
- (b) Délku křivky $y = x^{3/2}$ pro $x \in [0, a]$.
- (c) Délku křivky $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2} \ln x$ pro $x \in [0, e]$.

2. Určete objem:

- (a) Válce s výškou v a poloměrem podstavy r .
- (b) Kužele s výškou v a poloměrem podstavy r .
- (c) Koule s poloměrem r .
- (d) Nekonečného trychtýře vzniklého rotací $f(x) = \frac{1}{x}$ kolem osy x pro $x \in [1, \infty]$.
- (e) Rotačního tělesa vzniklého rotací funkce $y = \sqrt[3]{x}$ pro $y \in [1, 2]$ kolem osy y .

3. Určete povrch:

- (a) Válce s výškou v a poloměrem podstavy r .
- (b) Kužele s výškou v a poloměrem podstavy r .
- (c) Koule s poloměrem r .
- (d) Paraboloidu vzniklého rotací křivky $y = c\sqrt{x}$ kolem osy x pro $x \in [0, b]$.