Úlohy k cvičení 10

Určitý integrál, plocha pod křivkou

1. Spočtěte následující určité integrály (nebo ukažte, že neexistují).
   (a) $\int_{1/e}^{e} |\ln x| \, \mathrm{d}x$
   (b) $\int_0^1 \cos^3 x \sin x \, \mathrm{d}x$,
   (c) $\int_0^\pi x \sin x \, \mathrm{d}x$
   (d) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sin(\frac{1}{x}) \, \mathrm{d}x$
   (e)* $\int_0^\infty e^{-x} x^n \, \mathrm{d}x$ pro přirozený parametr n.
2. Spočtěte obsah
   (a) plochy pod parabolou $y = x^2$ na intervalu $[0, t]$;
   (b) plochy pod sinusovkou na $[0, \pi]$;
   (c)* plochy pod funkcí $\sin^2(x)$ na $[0, \pi]$ (můžete se snažit vymyslet způsob při kterém se co nejméně napočítáte);
   (d)* kruhu s poloměrem r (substituce $y = \arcsin x$ může být užitečná);
   (e) plochy mezi křivkami $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x^2}$ a $x = 2$;
   (f) plochy mezi funkcemi $\sin x$ a $\cos x$ na $[0, 2\pi]$.