

Úlohy k cvičení 13  
Délka křivky, rotační tělesa.

Délka grafu funkce  $f$  na intervalu  $(a, b)$ :

$$\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Délka křivky zadané parametricky  $(\psi(t), \varphi(t))$  pro  $t \in (a, b)$ :

$$\int_a^b \sqrt{(\psi'(t))^2 + (\varphi'(t))^2} dt$$

Povrch rotačního tělesa vzniklého rotací funkce  $f$  na intervalu  $(a, b)$ :

$$\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Objem téhož rotačního tělesa:

$$\int_a^b \pi f^2(x) dx$$

1. Určete:

- (a) Obvod kružnice s poloměrem  $r$ .
- (b) Délku křivky  $y = x^{3/2}$  pro  $x \in [0, a]$ .
- (c) Délku křivky  $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2} \ln x$  pro  $x \in [0, e]$ .

2. Určete objem:

- (a) Válce s výškou  $v$  a poloměrem podstavy  $r$ .
- (b) Kužele s výškou  $v$  a poloměrem podstavy  $r$ .
- (c) Koule s poloměrem  $r$ .
- (d) Nekonečného trychtýře vzniklého rotací  $f(x) = \frac{1}{x}$  kolem osy  $x$  pro  $x \in [1, \infty]$ .
- (e) Rotačního tělesa vzniklého rotací funkce  $y = \sqrt[3]{x}$  pro  $y \in [1, 2]$  kolem osy  $y$ .

3. Určete povrch:

- (a) Válce s výškou  $v$  a poloměrem podstavy  $r$ .
- (b) Kužele s výškou  $v$  a poloměrem podstavy  $r$ .
- (c) Koule s poloměrem  $r$ .
- (d) Paraboloidu vzniklého rotací křivky  $y = c\sqrt{x}$  kolem osy  $x$  pro  $x \in [0, b]$ .