

Úlohy k cvičení 12
Určitý integrál, plocha pod křivkou

1. Spočtěte následující určité integrály (nebo ukažte, že neexistují).

(a) $\int_{1/e}^e |\ln x| \, dx$

(b) $\int_0^1 \cos^3 x \sin x \, dx$,

(c) $\int_0^\pi x \sin x \, dx$

(d) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \, dx$

(e)* $\int_0^\infty e^{-x} x^n \, dx$ pro přirozený parametr n .

2. Spočtěte obsah

(a) plochy pod parabolou $y = x^2$ na intervalu $[0, t]$;

(b) plochy pod sinusovkou na $[0, \pi]$;

(c)* plochy pod funkcí $\sin^2(x)$ na $[0, \pi]$ (můžete se snažit vymyslet způsob při kterém se co nejméně napočítáte);

(d)* kruhu s poloměrem r (substituce $y = \arcsin x$ může být užitečná);

(e) plochy mezi křivkami $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x^2}$ a $x = 2$;

(f) plochy mezi funkcemi $\sin x$ a $\cos x$ na $[0, 2\pi]$.