

Úlohy k cvičení 6

Limity funkcí

1. Spočtěte následující limity:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$.

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - x - 2)^{20}}{(x^3 - 12x + 16)^{10}}$.

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

(e)* $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$, kde $n \in \mathbb{N}$.

2. U následujících funkcí určete limity ve všech bodech mimo definiční obor a v $\pm\infty$:

(a) $\frac{3x^2 + 1}{2x^2 + 1}$.

(b) $\frac{2x^2 + 1}{x^3 + 1}$.

(c) $\frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

(d) $\frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

3. Spočtěte limity:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$.

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$.

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$.

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$.

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$.

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(\sin x))}{\operatorname{tg}(\operatorname{tg}(x))}$.

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$.

(j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin(\pi x)}$.

(k) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

(l) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2 + \sin x}$.

(m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{x}$.

(n) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$.

(o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sqrt{x}}$.

$$(p) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+2^x)}{x}.$$

$$(q) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sqrt{\sin x}} - \cos x}{\sqrt{x}}.$$

$$(r) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}.$$

4. Rozhodněte, zda následující limity existují. Pokud ano, určete jejich hodnotu:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}.$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}.$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{x^2+4} \right).$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \sin \left(\frac{1}{x} \right).$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x \sin(1/x))}{x \sin(1/x)}.$$