

Domácí úkol 7

1. Zderivujte následující funkci podle x (a zkuste použít počítač maximálně pro kontrolu)

$$f(x) = \arctan\left(\sqrt{x+5} + \frac{5}{\sin(x)}\right) e^{5 \ln(x^5+1)+x^5}.$$

(2 body)

2. Spočtěte následující limity pro $a > 0$

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2},$$

(1 bod)

(b)

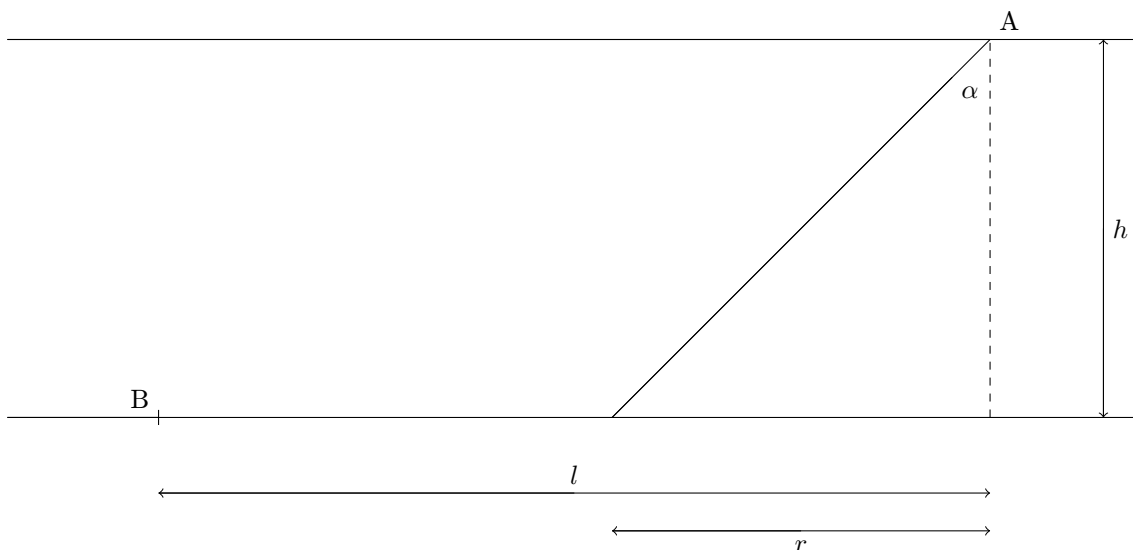
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(\sin(x))^2} \right).$$

(2 body)

Bonus: (deadline 11. 4. 2022)

Vrcholový sportovec se potřebuje dostat z bodu A do bodu B, viz obrázek níž. V cestě mu leží řeka šířky h , kterou může sportovec plavat rychlostí v_p . Na druhé straně řeky je běžecká dráha, na které může sportovec běžet rychlostí $v_b > v_p$.

- Vyjádřete celkovou dráhu, kterou musí sportovec urazit pomocí l , h a r .
- Pomocí vzorce “čas = dráha/rychlost” vyjádřete celkový čas, který sportovec stráví na cestě z A do B .
- Spočtěte takové r , pro které je tento čas extrémní. Jde o minimum, nebo maximum?
- Pokud bude extrém hodně “ostrý”, bude i malá odchylka od optimální strategie způsobovat velké ztráty. Diskutujte, kdy tomu tak je a jakým situacím v “realitě” to odpovídá.
- Odstraňte závislost na r tak, že vyjádříte $r = r(\alpha, h)$ a pomocí toho určete optimální směr, kterým byste měli sportovce vyslat, aby dorazil do cíle v co nejkratším čase.



(2 bonusové body)