

Domácí úkol 3

1) Najděte supremum množiny

$$M = \left\{ \sum_{j=1}^i \frac{5}{10^j} \right\}_{i=1}^{\infty} = \{0.5, 0.55, 0.555, \dots\},$$

v \mathbb{Q} pokud existuje.

(1 bod)

2) Nechť $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ je bijekce a nechť $\psi(x) = \sqrt{\varphi^2(x) - 1}$. Dokažte¹, že existuje $\psi^{-1}(x)$ a vyjádřete ho pomocí $\varphi^{-1}(x)$. Určete $D_{\psi^{-1}}$.

(2 body)

¹Neboli pečlivě diskutujte, že je dobře definované.