

Cvičení 13: Určité integrály II

1 Snadné integrály

Spočtěte následující integrály

(a) $\int_5^5 \frac{\arctan(x^{0.75}+3)}{e^{x^3}+x+2} dx,$

(c) $\int_0^1 \frac{x^3}{3+x} dx,$

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x) \cos^2(x)}{1+\cos^2(x)} dx,$

(d) $\int_0^1 x^2(2-3x^2)^2 dx.$

2 Složitější integrály

Spočtěte následující integrály pro $k \in \mathbb{N}_0$

(a) $\int_0^2 \frac{1}{e^{\frac{x}{2}}+e^x} dx,$

(c) $\int_0^1 \frac{x^2}{(1-x)^{100}} dx,$

(b) $\int_0^9 x^3 \sqrt[3]{1+x^2} dx,$

(d) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2(x) \sin^2(x)}.$

3 Integrální kritérium konvergence

Vyšetřete konvergenci následujících řad

(a) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n},$

(c) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2+1) \ln(n^2+1)},$

(b) $\sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)},$

(d) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^n}{1+e^{2n}}.$

4 Užitečné vztahy

Integrální kritérium konvergence:

Nechť $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ je nezáporná, klesající fce. Pak

$$\int_1^{\infty} f(x) \, dx \leq \sum_{i=1}^{\infty} f(x) \leq \int_1^{\infty} f(x-1) \, dx$$

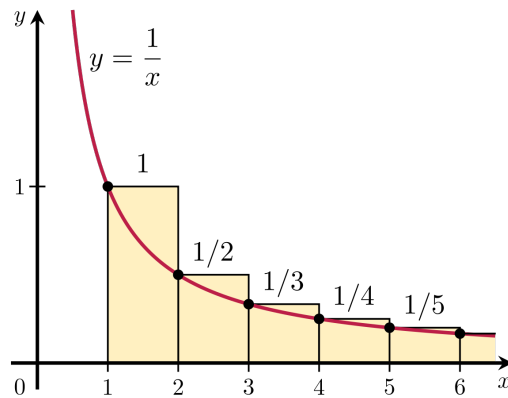


Figure 1: Vizualizace integrálního kritéria.