

Algoritmická teorie her — 4. domácí úkol¹

Hry v rozšířeném tvaru a návrh mechanismů

zadáno 21. 12. 2024, deadline 31. 1. 2025

Příklad 1. Zkonstruuje rozšířenou formu hry Kámen-nůžky-papír z Tabulky 1 a určete její sekvenční formu a lineární program k nalezení Nashových ekvilibrií této hry. [3]

	Rock	Paper	Scissors
Rock	(0,0)	(-1,1)	(1,-1)
Paper	(1,-1)	(0,0)	(-1,1)
Scissors	(-1,1)	(1,-1)	(0,0)

Tabulka 1: Hra Kámen-nůžky-papír v normálním tvaru.

Příklad 2. Předpokládejme, že máme k identických položek a $n > k$ kupujících. Předpokládejme také, že každý kupující může získat nanejvýš jednu položku. Nechť A je skvělá aukce v tomto nastavení s k položkami. Pro cenu $R \geq 1$ nechť A' je následující aukce: inicializujeme S jako množinu k nejvyšších kupujících, poté, dokud existuje kupující $i \in S$ s $b_i < R/|S|$, odstraníme libovolného takového kupujícího z S . Přiřaďte položku každému kupujícímu z S (pokud nějaký zůstanou) a každému z nich naučte cenu rovnou maximu mezi $R/|S|$ a $(k+1)$ -ním nejvyšším příhozem.

Odvodte pravidlo přidělení a pravidlo platby pro A . Dokažte, že pokud A získá příjem alespoň R , pak A' získá příjem alespoň R . Dokažte, že existuje profil ocenění, pro který A' získá příjem R , ale A získá příjem menší než R . [2]

Příklad 3. Nechť F je uniformní rozdělení pravděpodobnosti na $[0, 1]$. Uvažte 1-položkovou aukci se dvěma kupujícími 1 a 2, kteří mají rozdělení $F_1 = F$ a $F_2 = F$. Dokažte, že střední hodnota zisku obdrženého při Vickreyho aukci s rezervou $1/2$ se rovná $5/12$. [2]

Příklad 4. Spočítejte virtuální ohodnocení následujících rozdělení pravděpodobnosti a rozhodněte, která z nich jsou regulární.

(a) Rozdělení $F(z) = 1 - \frac{1}{(z+1)^c}$ na $[0, \infty)$, kde $c > 0$ je nějaká konstanta, [1]

(b) Uvažte rozdělení F z části (a) pro $c = 1$. Ukažte, že když kupující vybírají svá ohodnocení podle F , pak nemusí platit, že střední hodnota zisku se rovná střední hodnotě virtuálního sociálního přebytku. Abyste uvedli na pravou míru tento výsledek s větou z přednášky o maximalizaci střední hodnoty zisku, ukažte, jaký předpoklad této věty není splněn. [3]

¹Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>