

Algoritmická teorie her — 1. domácí úkol¹

Nashova ekvilibria

zadáno 12.10.2023, termín odevzdání 31.10.2023

Řešení odevzdávejte pomocí Sovičky.

Příklad 1. Spočítejte Nashova ekvilibria ve Hře na kuře a formálně dokažte, že žádná jiná Nashova ekvilibria v této hře neexistují. [2]

Příklad 2. Zhlédněte scénu z filmu Čistá duše (*A Beautiful Mind*), kde John Nash hraný Russellem Crowem vysvětluje pojem Nashova ekvilibria. Předpokládejme, že daná situace je modelována hrou čtyř hráčů (muži), kde každý má pět možných akcí (ženy). Vysvětlete, proč řešení navržené ve filmu není Nashovým ekvilibriem. [1]

Příklad 3. Na ulici se nachází $n \geq 2$ lidí, kteří si všichni všimnou zraněného muže. Každý z těchto lidí má k dispozici dvě akce: buď muži pomůže či ne. Pokud nikdo nepomůže, pak všichni dostanou výplatu 0. Pokud někdo pomůže, pak všichni dostanou výplatu 1 kromě jedinců, kteří se rozhodli pomoci, ti získají výplatu $1 - c$ pro nějaké $c \in (0, 1)$. Nalezněte symetrické Nashovo ekvilibrium této hry, neboli Nashovo ekvilibrium, ve kterém všichni hráči používají tutéž strategii. Jaká je potom pravděpodobnost, že muži někdo pomůže? Je pro muže lepší mít okolo více svědků? [3]

Příklad 4. Uvažme hru dvou hráčů, ve které si každý hráč vybírá nezáporné číslo velikosti nanejvýš 1000. Hráč 1 si vybírá sudá čísla, hráč 2 si vybírá lichá čísla. Poté, co hráči oznámí své číslo, hráč, který si vybral nižší číslo, vyhrává tolik korun, kolik je hodnota jím vybraného čísla. Druhý hráč nezíská nic. Nalezněte všechna čistá Nashova ekvilibria této hry. [2]

¹Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>