

Algoritmická teorie her – příklady na 7. cvičení*

5. prosince 2023

1 Regret minimizace

Pro posloupnost $(p^t)_{t=1}^T$ pravděpodobnostních rozdělení vystoupených algoritmem A a pro modifikační pravidlo $F: X \rightarrow X$, definujeme *modifikovanou posloupnost* $(f^t)_{t=1}^T = (F^t(p^t))_{t=1}^T$, kde $f^t = (f_1^t, \dots, f_N^t)$ a $f_i^t = \sum_{j: F^t(j)=i} p_j^t$. *Ztráta modifikované posloupnosti* je pak $L_{A,F}^T = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N f_i^t \ell_i^t$. Pro posloupnost ℓ^t ztrátových vektorů je *regret algoritmu A vzhledem k \mathcal{F}* rovný $R_{A,\mathcal{F}}^T = \max_{F \in \mathcal{F}} \{L_A^T - L_{A,F}^T\}$. Externí regret algoritmu A je potom $R_{A,\mathcal{F}^{ex}}^T$, kde $\mathcal{F}^{ex} = \{F_i: i \in X\}$ obsahuje modifikační pravidla $F_i = (F_i^t)_{t=1}^T$ taková, že F_i^t vždy vrací akci i . Interní regret algoritmu A je $R_{A,\mathcal{F}^{in}}^T$ pro množinu $\mathcal{F}^{in} = \{F_{i,j}: (i,j) \in X \times X, i \neq j\}$ of $N(N-1)$ modifikačních pravidel $F_{i,j} = (F_{i,j}^t)_{t=1}^T$, kde v každém kroce t , $F_{i,j}^t(i) = j$ a $F_{i,j}^t(i') = i'$ pro každé $i' \neq i$. *Swap regret algoritmu A* je $R_{A,\mathcal{F}^{sw}}^T$ pro množinu \mathcal{F}^{sw} všech modifikačních pravidel $F: X \rightarrow X$.

Exercise 1. Ukažte, že swap regret je vždy nanejvýš N -krát tak velký jako interní regret.

Exercise 2. Nalezněte příklad s $N = 3$, ve kterém je externím regret nulový, ale swap regret je neomezený jako funkce T .

Upřesnění: stačí pouze vybrat příslušnou posloupnost akcí a^1, \dots, a^T , $a^i \in X = \{1, 2, 3\}$ a posloupnost ztrát $\ell_a^1, \dots, \ell_a^T$ pro každé $a \in X$.

2 Hry v rošířené formě

Sekvenční forma hry G s neúplnou informací je čtveřice (P, S, u, C) kde P je množinou n hráčů, $S = (S_1, \dots, S_n)$, kde S_i je množinou posloupností hráče i , $u = (u_1, \dots, u_n)$, kde $u_i: S \rightarrow \mathbb{R}$ je výplatní funkcí hráče i a $C = (C_1, \dots, C_n)$ je množinou lineárních podmínek na realizační pravděpodobnosti hráče i .

Exercise 3. Zkonstruuujte rozšířenou formu Hry na kuře z Tabulky 1 a určete její sekvenční formu a problém komplementarity pro nalezení Nashových ekvilibrií v této hře.

	Zatoč	Rovně
Zatoč	(0,0)	(-1,1)
Rovně	(1,-1)	(-10,-10)

Tabulka 1: Hra na kuře v normální formě.

*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>