

5. série

5.1 Necht X, Y jsou nějaké dvě množiny a $f : X \rightarrow Y$ nějaká funkce. Označme id_X identitu na X , tj. funkci $id_X : X \rightarrow X$ takovou, že $\forall x \in X : id_X(x) = x$. Dokažte, že

- a) f je prostá právě tehdy, když $\exists g : Y \rightarrow X$ taková, že $g \circ f = id_X$.
- b) f je na právě tehdy, když $\exists g : Y \rightarrow X$ taková, že $f \circ g = id_Y$.

(4 body)

5.2 Najděte nejdelší řetězec a antiretezec v množině $\{1, 2, \dots, n\}$ uspořádané dělitelností a ukažte, že delší neexistují.

(4 body)

5.3 Ukažte, že pokud $\preceq$ je reflexivní a tranzitivní relace na množině X (kvaziuspořádání), pak relace $\sim$ definovaná jako $\forall x, y \in X : x \sim y \Leftrightarrow x \preceq y$ a zároveň $y \preceq x$, je ekvivalence na X .

Popište třídy takové ekvivalence vzniklé z relace $\preceq$ na množině 2^X všech podmnožin nějaké konečné množiny X , definované takto: $\forall Y, Z \subseteq X : Y \preceq Z \Leftrightarrow \exists f : Y \hookrightarrow Z$ prostá funkce.

(4 body)