

4. série

4.1 Necht R a S jsou nějaké dvě ekvivalence na množině X . Rozhodněte, zda následující množiny jsou nutně opět ekvivalence na X , anebo existuje protipříklad.

- a) $R \cap S$
- b) $R \cup S$
- c) $R \setminus S$
- d) $R \circ S$

(3 body)

4.2 Dokažte, že relace R je tranzitivní, právě tehdy, když $R \circ R \subseteq R$.

(2 body)

4.3 Určete počet

- a) všech
- b) reflexivních
- c) symetrických

relací na množině X , je-li $|X| = n$.

(2 body)

4.4 Necht X je konečná množina a $R \subset X^2$ nějaká její relace. Necht $R^1 = R$ a pro všechna $i \in \mathbb{N}$ necht $R^{i+1} = R \circ R^i$. Dokažte, že pro libovolné R existují dvě různá čísla $k \neq l \in \mathbb{N}$ taková, že $R^k = R^l$.

(5 bodů)