

2. série

2.1 Dokažte indukci de Moivreovu větu:

$$(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)^n = \cos(n\alpha) + i \cdot \sin(n\alpha)$$

kde i je imaginární jednotka ($i^2 = -1$), $n \in \mathbb{N}$ a $\alpha \in \mathbb{R}$.

(4 body)

2.2 Dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí:

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\sum_{i=1}^n i \right)^2$$

(2 body)

2.3 Nechť x je reálné číslo takové, že $x + \frac{1}{x}$ je celé. Dokažte, že pak pro libovolné přirozené n je i číslo $x^n + \frac{1}{x^n}$ celé.

(4 body)