

# DM cvičení 4 – 27. 10. 2016

**Příklad 1.** Najděte relace  $R$  a  $S$  na téže množině  $X$  takové, že  $R \circ S \neq S \circ R$ .

**Příklad 2.** Najděte zobrazení  $R$  a  $S$  na téže množině  $X$  takové, že  $R \circ S \neq S \circ R$ .

**Příklad 3.** Naleznete relaci  $R$  na vhodné množině  $X$  takovou, že  $\forall n \in \mathbb{N} : R^n \neq R^{n+1}$ . Výraz  $R^n$  znamená  $n$ -krát složenou relaci  $R$ .

**Příklad 4.** Rozhodněte, zda jsou následující relace  $(X, R)$  ekvivalence a pokud ano, určete jejich třídy ekvivalence.

- a)  $X = \mathbb{N}, xRy \Leftrightarrow 7|(x - y)$
- b)  $X = \mathbb{Z} \setminus \{0\}, xRy \Leftrightarrow x|y \wedge y|x$
- c)  $X = \mathbb{N}, xRy \Leftrightarrow \exists z \in \mathbb{N} : z|y \wedge z|x$ .
- d)  $X = \mathbb{N}, xRy \Leftrightarrow \exists z \in \mathbb{N} : z|y \wedge z|x \wedge z > 1$ .
- e)  $X = \mathbb{R}^2, (x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow \text{sgn}(x_1) = \text{sgn}(x_2) \wedge \text{sgn}(y_1) = \text{sgn}(y_2)$

**Příklad 5.** Rozhodněte, které z následujících relací  $(X, R)$  jsou uspořádání. Která z těchto uspořádání jsou lineární?

- a)  $X = \mathbb{N}, (x, y) \in R \Leftrightarrow x = y \vee x^5 \leq y^3$
- b)  $X = \mathbb{N}^2, ((a, b), (c, d)) \in R \Leftrightarrow a + b \leq c + d$
- c)  $X = \mathbb{N}^2, ((a, b), (c, d)) \in R \Leftrightarrow a = b \wedge c \leq d$
- d)  $X$  je množina funkcí reálné proměnné s definičním oborem  $\langle 0, 1 \rangle$ ,  $(f, g) \in R \Leftrightarrow \forall x \in \langle 0, 1 \rangle : f(x) \leq g(x)$