

DM cvičení 3 – 20. 10. 2016

Příklad 1. Buďte R a S tranzitivní relace na téže množině. Které z následujících relací jsou také tranzitivní?
 $R \cup S, R \cap S, R \setminus S, R \Delta S, R \circ S, R^{-1}$

Příklad 2. Nechť R je relace na $X = \{1, 2, 3, 4\}$ daná výčtem dvojic $R = \{(1, 2), (1, 4), (2, 1), (4, 4)\}$. Určete relaci $R \circ R$ a rozhodněte, zdali je reflexivní, symetrická a tranzitivní.

Příklad 3. Mějme zobrazení $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definované pomocí předpisu $f(x) = x^2 - 1$. Je toto zobrazení prosté? Je na? Mějme zobrazení $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definované stejným předpisem. Je toto zobrazení prosté? Je na?

Příklad 4. Určete počet binárních relací na čtyřech prvcích. Nejprve všech, poté reflexivních, symetrických a antisymetrických.

Příklad 5. Které z následujících relací na množině \mathbb{N}^2 jsou uspořádání? Která z těchto uspořádání jsou lineární? Jaké jsou jejich minimální, maximální, nejmenší a největší prvky?

- a) Porovnání v obou složkách $\leq_A: (a, b) \leq_A (c, d) \Leftrightarrow a \leq c \wedge b \leq d$
- b) Porovnání v obou složkách, ve druhé opačně $\leq_B: (a, b) \leq_B (c, d) \Leftrightarrow a \leq c \wedge b \geq d$
- c) Porovnání součtu obou složek $\leq_+: (a, b) \leq_+ (c, d) \Leftrightarrow a + b \leq c + d$
- d) Rovnost v první složce a porovnání ve druhé $\leq_C: (a, b) \leq_C (c, d) \Leftrightarrow a = b \wedge c \leq d$

Příklad 6. Rozhodněte, zda může existovat uspořádání na neprázdné konečné množině:

- a) bez největšího prvku
- b) bez největšího i nejmenšího prvku
- c) bez největšího prvku, ale s maximálním prvkem
- d) bez maximálního prvku, ale s největším prvkem

Příklad 7. Rozhodněte, zda může existovat uspořádání na nekonečné množině:

- a) bez největšího i nejmenšího prvku
- b) bez největšího prvku, ale s maximálním prvkem
- c) bez maximálního prvku, ale s největším prvkem
- d) bez nekonečného řetězce

Příklad 8. Může existovat uspořádání na nekonečné množině, které obsahuje nekonečný řetězec i antiřetězec? Pokud ano, najděte nějaké takové.

Příklad 9. Určete počet různých ekvivalencí na pětiprvkové množině.

Příklad 10. Nalezněte nejdelsí řetězce a antiřetězce na uspořádáních:

- a) $(\{1, \dots, n\}, |)$
- b) $(2^{\{1, \dots, n\}}, \subseteq)$
- c) (\mathbb{N}, R) , kde $\forall x, y \in \mathbb{N} : xRy \Leftrightarrow x + y < 1$
- d) (\mathbb{N}, S) , kde $\forall x, y \in \mathbb{N} : xSy \Leftrightarrow x - y < 1$