

# DM cvičení 10 – 12. 12. 2016

**Příklad 1.** Najděte všechny neizomorfní grafy na čtyřech vrcholech.

**Příklad 2.** Dokažte, že dva grafy jsou izomorfní právě tehdy, když jsou izomorfní jejich doplňky.

**Příklad 3.** Najděte dva neizomorfní grafy se stejným skóre:

- Jeden souvislý a jeden nesouvislý.
- Oba souvislé.
- Oba stromy.
- Jeden strom a druhý, který obsahuje kružnici.

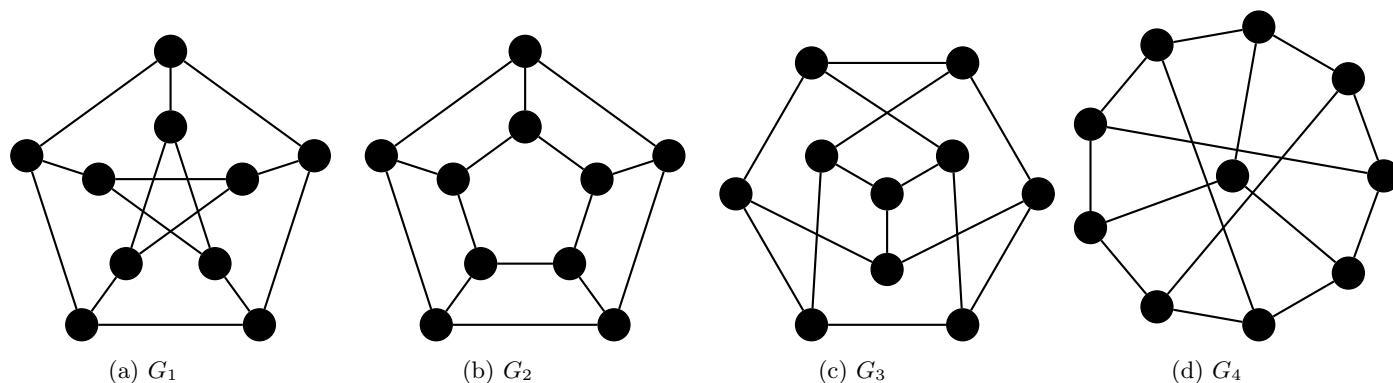
**Příklad 4.** Ukažte, že každý 3-regulární graf (tj. graf, jehož všechny vrcholy mají stupeň 3) má sudý počet vrcholů.

**Příklad 5.** Graf  $G$  má 14 vrcholů a 30 hran a každý vrchol je stupně 4 nebo 5. Kolik má vrcholů stupně 5?

**Příklad 6.** Pro která  $n$  platí, že úplný graf na  $n$  vrcholech má více než 100 a méně než 200 hran?

**Příklad 7.** Existuje bipartitní graf na alespoň 5 vrcholech, jehož doplněk je taky bipartitní? Pokud ano, nakreslete ho, pokud ne, dokažte proč.

**Příklad 8.** Určete, zda jsou následující grafy  $G_1$  až  $G_4$  po dvou izomorfní. Pokud ano, ukažte bijekci mezi množinami vrcholů. Pokud ne, uveďte proč.



**Příklad 9.** Dokažte, že doplněk každého nesouvislého grafu je souvislý. Musí to platit obráceně? Tedy musí být každý graf se souvislým doplňkem nesouvislý? Dokažte.

**Příklad 10.** Uvažte  $k$ -tou mocninu matice sousednosti grafu  $G$ . Dokažte, že číslo na pozici  $(i, j)$  vyjadřuje počet sledů délky  $k$  z vrcholu  $i$  do vrcholu  $j$ .

**Příklad 11.** Najděte souvislý graf na třech vrcholech takový, že každá mocnina jeho matice sousednosti obsahuje nuly.

**Příklad 12.** Pro každé  $n \geq 4$  najděte souvislý graf na  $n$  vrcholech takový, že každá mocnina jeho matice sousednosti obsahuje nuly.